As leis de rendimento nas teorias neoclássicas do crescimento: uma crítica sraffiana*

*Franklin Leon Peres Serrano***

Professor Doutor Adjunto do Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

*Sergio Cesaratto****

Professor Doutor Associato do Dipartimento di Economia Politica, Università di Siena.

Resumo

Este artigo examina criticamente as teorias neoclássicas de crescimento, exógenas e endógenas, com atenção particular para a questão das suposições de retornos marginais para os fatores e os retornos de escala. Mostramos que muitas das deficiências no tratamento de tópicos tais como a conexão entre acumulação e crescimento e os retornos crescentes de escala, junto com muitos de seus resultados implausíveis e hipóteses artificiais, são, na realidade, o alto preço imposto pela insistência em basear a teoria do crescimento na tradicional e problemática abordagem marginalista da distribuição.

Palavras-chave

Crescimento endógeno; Sraffa; retornos crescentes de escala.

---

* Este trabalho teve suas origens num curso sobre teorias do crescimento e desenvolvimento econômico dado por Franklin Serrano na CEPAL, em Santiago, no Chile, em 1997.

** O autor agradece ao *staff* da CEPAL e, em particular, a R. Bielschowsky. Franklin Serrano agradece, também, ao CNPq pelo contínuo apoio financeiro e a Fabio Freitas (UFRJ-IE) por inúmeras discussões sobre o tema.

*** Sergio Cesaratto agradece ao Ministério da Universidade da Itália pelo apoio financeiro.

Abstract

The paper examines critically the exogenous and endogenous neoclassical growth theories, with particular attention given to the question of assumptions on marginal returns to factors and returns to scale. It shows that a number of deficiencies in the treatment of topics such as the connection between accumulation and growth and increasing returns to scale, together with many of their most implausible results and artificial assumptions, are in fact the high price imposed by the insistence on basing the theory of growth in the traditional and flawed marginalist explanation of distribution.

Os originais deste artigo foram recebidos por esta Editoria em 22.03.01.

1 - Introdução

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma crítica do ponto de vista sraffiano às modernas teorias neoclássicas do crescimento, tanto em sua versão original exógena e algumas de suas variantes, quanto nas versões do crescimento endógeno, que atraíram tanta atenção na última década.[1]

Tentaremos mostrar o elevado preço que essas teorias pagam por serem baseadas na teoria da distribuição neoclássica, que, nesses modelos, é usada para garantir o pleno emprego da força de trabalho e a plena utilização do capital.

Em primeiro lugar, veremos, na seção 2, que é a teoria neoclássica da distribuição e da utilização de fatores que requer retornos marginais decrescentes para a acumulação de capital (e, em geral, para o aumento do uso de qualquer fator). Os retornos marginais decrescentes para a acumulação de capital estão por trás da insatisfação de muitos com os modelos de crescimento exógeno como o de Solow, pois tornam a taxa de crescimento equilibrado da economia independente da taxa de poupança. A seguir, na seção 3, mostraremos que esses mesmos retornos decrescentes para o capital são, em geral, mantidos mesmo quando se incluem economias de aprendizado e externalidades (ou até mesmo progresso técnico incorporado). Para piorar a situação, essas variantes do modelo de Solow com externalidades (e, mais geralmente, qualquer modelo neoclássico de crescimento com retornos crescentes de escala) vão, inevitavelmente, gerar o resultado, particularmente implausível, de uma forte relação causal positiva entre taxa de crescimento da população e taxa de crescimento da produtividade do trabalho, relação que parece sugerir que uma explosão demográfica permanente é o caminho mais rápido para chegar ao Primeiro Mundo.

Veremos, assim, que o motivo pelo qual, em geral, o modelo de Solow é apresentado com a hipótese de retornos constantes de escala não é por conta de dificuldades analíticas e, sim, para evitar resultados ainda mais implausíveis do que os do modelo original.

Finalmente, na seção 4, trataremos das modernas teorias do crescimento endógeno, cuja característica marcante é a eliminação completa dos retornos decrescentes, seja para capital físico (modelos AK), seja do estoque "conheci-

---

[1] A literatura sobre as modernas teorias neoclássicas do crescimento é imensa. Do nosso ponto de vista, interessa apontar que o esclarecimento da estrutura analítica dos modelos de crescimento neoclássico foi desenvolvido originalmente de um ponto de vista defensivo por Solow (1992) e com uma perspectiva crítica sraffiana por Cesaratto (1995; 1999a; 1999b). Este trabalho desenvolve, ulteriormente, a crítica e oferece uma síntese de uma série de implicações teóricas pouco exploradas na literatura.

mento" (Lucas), de forma que o fator acumulável fica com retornos constantes. Veremos que esses modelos, que já dependem de hipóteses bastante artificiais sobre a tecnologia quando a força de trabalho é suposta constante, requerem hipóteses ainda mais extremas e artificiais no caso em que a força de trabalho cresce. Essas hipóteses adicionais precisam tornar nulo o produto marginal do trabalho, senão a economia, com retornos constantes para o capital físico ou de "conhecimento", terá taxas de crescimento que se aceleram sem parar a partir de qualquer taxa positiva de crescimento da força de trabalho.

Fechamos o artigo na seção 5, com três observações críticas adicionais.

2 - Retornos marginais decrescentes para o capital na teoria neoclássica do crescimento exógeno

2.1 - Retornos constantes de escala e retornos marginais decrescentes para cada fator

Na visão neoclássica (ou marginalista) do funcionamento do mecanismo de mercado, em qualquer economia competitiva em que haja produção, onde os bens, por si, não são escassos (pois podem ser produzidos), e que, portanto, os preços de equilíbrio tenham, necessariamente, que cobrir os custos de produção, a explicação dos preços relativos em termos de "escassez" requer que os fatores de produção que são usados para produzir as mercadorias sejam escassos. Essa escassez dos "fatores" vem, como se sabe, da idéia de que as dotações dos fatores são exógenas e de que é possível derivar funções de (excesso de) demanda (de equilíbrio geral) por tais fatores que dependam, inversamente, de seus respectivos preços. Essa relação inversa entre preço relativo e quantidade relativa demandada de um fator é, evidentemente, baseada no chamado princípio de substituição, através da substituição direta e/ou indireta de fatores.[2]

As teorias neoclássicas do crescimento são, normalmente, baseadas em modelos em que a economia produz um só produto homogêneo que é, ao mesmo tempo, o único bem de consumo e bem de capital da economia.

[2] A substituição direta ocorre quando a queda do preço de um fator induz à escolha, para cada mercadoria, de métodos de produção relativamente mais intensivos nesse fator. A substituição indireta dá-se quando, mesmo sem mudar os métodos de produção, a queda dos preços relativos dos bens que usam mais intensivamente o fator que ficou relativamente mais barato leva os consumidores a alterarem suas escolhas, passando a consumir em maior quantidade os bens mais intensivos no fator que ficou mais barato (Serrano, 2001).

Esse tipo de esquema elimina, de partida, a análise explícita da substituição indireta e facilita bastante a consideração da substituição direta. Isso acontece porque o princípio da substituição direta na produção só se aplica, rigorosamente, no caso de métodos de produção que diferem nas proporções usadas de fatores, cujas quantidades são especificadas em termos físicos.

Mesmo nesse contexto de generalidade severamente limitada, é importante lembrar que o princípio de substituição é derivado de hipóteses anteriores sobre a exogeneidade da dotação dos fatores e a existência de uma multiplicidade de métodos de produção disponíveis, todos eles caracterizados por retornos constantes de escala (isto é, para os quais o produto aumentaria proporcionalmente, se fossem expandidas simultaneamente a quantidade empregada de todos os fatores).

A idéia de produtividade marginal decrescente, ou seja, de retornos decrescentes para aumentos de cada fator mantendo algum outro fixo, não é uma hipótese sobre a tecnologia e, sim, o resultado da combinação do uso de uma tecnologia de retornos constantes de escala com a dotação exógena de fatores.

Como a quantidade dos demais fatores é, em princípio, exógena, a utilização de doses adicionais de um fator vai fatalmente requerer uma mudança no método de produção em uso. Essa mudança será na direção de um método que tem a desvantagem de ter um menor produto por unidade do fator que está variando, mas que, ao mesmo tempo, utiliza proporcionalmente menos os demais fatores, de forma que torne possível o aumento da produção.

De fato, se fosse sempre possível, automaticamente, assegurar a expansão paralela da quantidade dos outros fatores, a economia continuaria usando o mesmo método de retornos constantes de escala numa escala maior. Por outro lado, se não houvesse vários métodos de produção disponíveis usando diferentes proporções dos fatores de produção, o produto marginal de uma unidade adicional de apenas um fator seria nulo, assim que se atingisse a plena utilização do fator que está dado.

Assim, se a dotação de algum fator é exógena e existe uma multiplicidade de métodos diferentes (cada um com retornos constantes de escala), deduz-se que a economia produzirá com produtos marginais decrescentes para cada fator dado isoladamente.

A demanda de produtores maximizadores de lucros por esses fatores de produção, em tal economia, será inversamente relacionada ao preço relativo de cada fator. Por causa da produtividade marginal decrescente, só será lucrativo ampliar a utilização de um fator, dada a utilização dos demais, se o seu preço cair junto com sua produtividade marginal.

Dessa forma, o princípio da substituição é derivado e permite a construção das curvas de demanda pelos fatores que, contrapostas com suas dotações (e curvas de oferta), determinam, simultaneamente, o preço relativo e a quantidade utilizada de cada fator de produção.

Nessas teorias, os preços dos fatores tendem a ser proporcionais às suas produtividades marginais, e há uma tendência à plena utilização de sua dotação (incluindo a demanda própria de seus proprietários).

Para os nossos propósitos, aqui é importante ressaltar que é essa forma de pensar a determinação da distribuição, por meio de oferta e demanda por fatores, e, particularmente, a hipótese de que todos os métodos têm retornos constantes de escala que permitem que, nos modelos de crescimento neoclássico, se obtenha o pleno emprego de todos os fatores — ver Serrano (2001), para uma análise crítica dessa suposta tendência. Assim, retornos constantes de escala e retornos decrescentes para cada fator são características essenciais da explicação neoclássica do funcionamento do mecanismo competitivo de mercado e não hipóteses sobre a tecnologia, que poderiam ser mudadas à vontade por conveniência empírica.

No entanto, como veremos, essas características dos modelos neoclássicos acabam gerando resultados às vezes considerados indesejáveis nas teorias do crescimento. A rigor, a maior parte do esforço analítico nessa área tem sido em como conciliar algumas características aparentemente evidentes no mundo real com a estrutura teórica neoclássica que, como veremos, não as acomoda com facilidade.

2.2 - O modelo de Solow sem progresso técnico

Vamos supor, inicialmente, que não haja progresso técnico. Usaremos uma "função de produção" Cobb-Douglas com o seguinte formato:

$$Y = F(K,L) = AK^{a}L^{1-a}$$

onde **A** é uma constante; 'a' é a participação do capital; e (1 - a) a participação do trabalho no produto.[3] Como a < 1, temos que a função apresenta retornos constantes de escala (a + (1 - a) = 1) e retornos marginais decrescentes para cada fator isoladamente (a<1 e (1 - a)<1)

É importante lembrar, sempre, que o uso dessa "função de produção" pressupõe a validade lógica e a relevância empírica do modelo neoclássico de equilíbrio geral (Serrano, 2001), isto é, pressupõe o equilíbrio nos mercados de fatores de produção.

[3] A peculiaridade da função de produção Cobb-Douglas é que, devido à hipótese (fortíssima) de elasticidade de substituição unitária, a contribuição de cada um dos fatores ao produto é constante, isto é, podemos tomar 'a' e (1 - a) como parâmetros. Qualquer outra função de produção, com retornos constantes de escala, geraria resultados qualitativamente semelhantes. Dado nosso objetivo crítico, usaremos sempre a formulação mais simples.

Os agentes poupam uma fração constante do produto (que será o de pleno emprego e plena capacidade). Logo, a poupança **S** será igual a:

$$S = sY^*$$

onde 's' é a fração da renda poupada ou a taxa de poupança.

De acordo com a função de produção da economia, podemos observar que a taxa de crescimento da economia será uma média entre a taxa de crescimento do capital e trabalho, ponderada pela participação de cada um dos fatores na produção total. Essa participação no produto total é dada pelos expoentes 'a' e 1 - a da função de produção. Podemos definir, formalmente, a taxa de crescimento do produto a partir da observação da função de produção:

$$g = a\ g_k + (1 - a)\, n$$

onde **g** é a taxa de crescimento do produto; **n**, a taxa de crescimento (suposta exógena) da força de trabalho; e g_K, a taxa de crescimento do estoque de capital.

A taxa de crescimento do estoque de capital define-se da seguinte forma:

$$g_k = \frac{I}{K}$$

Como, segundo a teoria neoclássica, a poupança — potencial de pleno emprego (Serrano, 2001) — determina o investimento, podemos substituir o nível de investimento pela expressão que define o nível de poupança da economia; sendo assim, teremos:

$$g_k = \frac{sY}{K}$$

Chamaremos Y/K = 1/v, onde **v** é a relação capital-produto. Dessa maneira, obtemos a seguinte expressão para a taxa de crescimento do estoque de capital.

Portanto, a taxa de crescimento do estoque de capital depende da taxa de poupança 's'[4] e do quanto cada unidade de capital existente na economia gera de produto (potencial).

$$g_k = \frac{s}{v}$$

[4] Note que 's' denota a propensão marginal e média a poupar. Neste trabalho, tomaremos como dado exogenamente e não discutiremos os seus determinantes. Conforme apontado por vários autores (Solow, 1992; Cesaratto, 1999a; 1999b; Salvadori, Kurz, 1997a; 1997b; Mankiw, 1995), a forma pela qual se determina 's' não faz diferença para as questões aqui tratadas. A rigor, tudo o que ocorre quando introduzimos, por exemplo, a determinação da taxa de poupança de acordo com o consumidor que otimiza dinamicamente *à la* Ramsey é

A taxa de crescimento da economia fica, portanto, dada por:

$$g = a\, s/v + (1 - a)\, n$$

No entanto, toda vez que a força de trabalho e também o produto de pleno emprego crescerem mais rapidamente do que o estoque de capital (isto é, 'n' e, portanto, também 'g' forem maiores que s/v), será necessário, para que o equilíbrio no mercado de trabalho seja mantido e toda a força de trabalho adicional seja empregada, que os salários reais caiam o suficiente para que as firmas sejam levadas a adotar técnicas suficientemente mais intensivas em trabalho e que poupem capital (o fator que está ficando relativamente mais escasso). Essa adoção de técnicas menos intensivas em capital, evidentemente, faz com que a relação capital-produto diminua (pois, na função de produção, o mesmo **K** agora gera mais **Y**, pois se incorporaram mais trabalhadores **L**). Mas, se **v** vai diminuindo, a diferença entre **n** e s/v vai caindo, pois s/v cresce.

Simetricamente, quando a força de trabalho e o produto de pleno emprego crescem menos que o estoque de capital (tanto **n**<s/v quanto **g**<s/v), ocorre um excesso relativo de capital. O acréscimo da poupança potencial só se transformará plenamente em investimento, mantendo o equilíbrio no mercado do fator capital, se houver uma queda dos juros tal que incentive a adoção de técnicas mais intensivas em capital e que poupem trabalho (que ficou relativamente mais escasso). Essa mudança na intensidade de capital faz a relação capital-produto aumentar (pois agora o mesmo **L** gera mais **Y**, pois incorporou mais capital **K**). O aumento em **v** diminui s/v, e diminui progressivamente a distância entre **n**, **g** e s/v.

Assim, dada a endogeneidade de **v** (resultante da teoria neoclássica da distribuição, baseada no equilíbrio dos mercados de fatores obtidos a partir da operação do princípio da substituição e da flexibilidade dos preços desses fatores), a economia sempre tende a uma trajetória de crescimento equilibrado (*steady-state*) onde:[5]

---

que a taxa de poupança se torna elástica em relação à taxa de juros e será, *ceteris paribus*, tão maior quanto maior a preferência dos consumidores por consumo presente em relação ao consumo futuro.

[5] Notemos que, em geral, cada equilíbrio descrito pela função de produção já é um equilíbrio de longo prazo. Uma trajetória de crescimento equilibrado *steady-state* é uma seqüência "secular" de posições de equilíbrio de longo prazo, que apresenta a propriedade de que cada nova posição de equilíbrio é semelhante à anterior, a não ser por um fator de escala (no caso, a taxa de crescimento **n**). Sobre a confusão entre equilíbrio de longo prazo e trajetórias de crescimento equilibrado, como uma das conseqüências da mudança do método na teoria neoclássica a partir da introdução da idéia de equilíbrio intertemporal por Hicks, ver Garegnani (1976; 1989) e Serrano (1988, cap. 2).

$$v = s/n$$

(valor de equilíbrio de **v**, que faz s/v = n), o que faz com que a economia cresça à taxa

$$g = (1 - a)n + a n$$

$$g = n$$

A economia tende a uma trajetória de crescimento equilibrado, na qual a taxa de crescimento do produto é igual a 'n'. Isso implica, evidentemente, que a taxa de crescimento de *steady-state* é independente da taxa de poupança 's'. Isso ocorre porque qualquer aumento em 's', embora se traduzindo em aumentos iniciais da taxa de crescimento do produto de pleno emprego, fatalmente levará a taxa de crescimento do estoque de capital a se elevar em relação à taxa de crescimento da força de trabalho. Os retornos decrescentes para o capital aparecerão exatamente pelo fato de que, para utilizar esses acréscimos no estoque de capital, se fará necessária, ao longo do tempo, a transição para técnicas que usem relativamente mais capital e menos trabalho, o que acaba por aumentar, progressivamente, a relação capital-produto e por desacelerar o crescimento do estoque de capital. Esse processo continuará até que a taxa de crescimento do capital, mesmo com a nova taxa de poupança mais alta, volte a se igualar à taxa de crescimento do produto de pleno emprego da força de trabalho, o que, se **n** não se alterou, só ocorrerá quando o valor de v se reduzir proporcionalmente ao aumento de **s**.

Dessa forma, embora, evidentemente, o aumento da taxa de poupança afete permanentemente os níveis de produto, devido aos retornos decrescentes para a acumulação de capital, temos que 's' não consegue afetar permanentemente a taxa de crescimento do produto.

Esse resultado foi considerado indesejável por diversos autores que consideram que existe uma forte correlação empírica entre taxa de crescimento do produto (e também do produto por trabalhador) e taxa de investimento, correlação esta que é considerada um importante fato estilizado na análise empírica do crescimento a longo prazo. Essa insatisfação teve um papel importante no desenvolvimento dos modelos neoclássicos de crescimento endógeno (Solow, 1992; Cesaratto, 1999a; 1999b).

De qualquer forma, o que é essencial reter é que esse resultado da independência da taxa de crescimento equilibrado em relação a 's' depende, fundamentalmente, da existência de retornos marginais decrescentes para o capital e, como veremos, ocorre em qualquer modelo neoclássico de crescimento que mantenha tal propriedade.

2.3 - O modelo de Solow com progresso técnico exógeno

O progresso técnico no modelo original de Solow é do tipo desincorporado (*disembodied*), no sentido de que não depende da introdução de novos bens de capital e afeta igualmente as máquinas velhas e as novas. Além disso, trata-se de um tipo de progresso técnico desincorporado que se chama *labour-augmenting* (literalmente, "que acresce trabalho"), cujo único efeito na economia é fazer com que cada unidade de trabalho se torne mais produtiva (não afetando a eficiência do capital). Quando ocorre esse tipo de progresso técnico, é como se a economia estivesse combinando o mesmo estoque de capital com uma maior quantidade de trabalho. Esse tipo de progresso técnico faz com que o produto de pleno emprego da força de trabalho aumente mesmo sem aumento da força de trabalho nem do capital.

Com progresso técnico desse tipo, a função de produção é modificada da seguinte maneira:

$$Y = AK^{a}\,(LH)^{1-a}$$

O progresso técnico no modelo de Solow, por ser *labor-augmenting*, ocorre por aumentos em **H**, enquanto **A** fica constante. Se o progresso técnico aparecesse como um aumento em **A**, seria impossível manter a economia numa trajetória de *steady-state*, mesmo com uma taxa de poupança constante. Isso ocorreria porque o progresso técnico desse tipo, necessariamente, permitiria que, período após período, o mesmo nível de **K** instalado gerasse mais produto **Y** (pois **A** está crescendo), o que faria com que a razão capital/produto caísse continuamente. Mas se essa razão cai continuamente ao longo do tempo e a taxa de poupança é constante, a taxa de crescimento do estoque de capital da economia estaria acelerando o tempo todo.

Para evitar isso é que sempre se supõe, nos modelos neoclássicos, que o progresso técnico é *labour-augmenting*,[6] senão o modelo jamais tenderá a um *steady-state*.

Vamos supor que o progresso técnico se dá, ao longo do tempo, a uma taxa **h** constante e dada **exogenamente**, isto é:

$$\frac{\Delta H}{H} = h$$

[6] Em modelos não neoclássicos, por motivos equivalentes, supõe-se que o progresso técnico é Harrod-neutro, mas isso é outra história.

Nesse caso, a taxa de crescimento da economia passa a depender de mais um termo, a taxa de crescimento da eficiência dos trabalhadores. A taxa de crescimento da economia agora fica dada por:

$$g = a\, s/v + (1 - a)\,(n + h)$$

A economia agora tenderá ao *steady-state* da mesma maneira que antes, via ajustamentos em **v**. A diferença é que agora a taxa de crescimento de equilíbrio é dada pela soma da taxa de crescimento da força de trabalho e do progresso técnico.

O que ocorre agora é que, quando, devido, digamos, a um aumento em s, a taxa de crescimento do estoque de capital s/v fica maior do que a da soma da taxa de crescimento da força de trabalho **n** com o aumento da eficiência do trabalho **h**, e, portanto, também maior do que o crescimento do produto de pleno emprego **g**, só é possível absorver esse excesso relativo de capital se forem adotadas técnicas que poupem o fator trabalho, o que leva a aumentos de **v** e posteriores reduções da taxa de crescimento do capital, etc., exatamente como vimos acima. A única diferença agora é que o progresso técnico retarda a operação dos retornos marginais decrescentes do capital, pois permite que o capital cresça até **h** por cento mais do que a força de trabalho sem que ocorra a necessidade de mudar a relação capital-produto e que se reduza, então, a taxa do crescimento do capital. Assim, a taxa de crescimento equilibrado da economia aumenta no valor de **h**.[7] Evidentemente, no modelo com progresso técnico, a economia apresentará crescimento no produto por trabalhador, no *steady-state*, dado, exatamente, pela taxa de crescimento da eficiência do trabalho **h**. No crescimento equilibrado, a relação capital-produto será igual a:

$$v = s/(n + h)$$

e a taxa de crescimento da economia pode ser descrita pela seguinte expressão:

$$g = n + h$$

enquanto o crescimento do produto por trabalhador ocupado é dado por:

$$g - n = h$$

[7] Em termos gráficos, há um deslocamento da curva de demanda por trabalho e na de demanda por capital (mas não mudam suas inclinações).

3 - Retornos crescentes de escala nas teorias neoclássicas de crescimento exógeno

3.1 - Externalidades e retornos crescentes de escala

Como se sabe, tecnologias que apresentem retornos crescentes de escala internos às firmas não são compatíveis com o modelo neoclássico de concorrência perfeita. Isto porque os custos decrescentes levariam a primeira firma que se expandiu a dominar totalmente o mercado, que se transformaria, assim, em monopólio (Sraffa, 1926; 1930). Assim, a maneira pela qual retornos crescentes de escala podem ser incluídos num modelo como o de Solow é através de alguma externalidade, que não é levada em conta pelas empresas individuais que percebem que sua tecnologia individual apresenta retornos constantes de escala.[8]

Uma maneira simples de representar isso no nosso esquema simples seria reescrever a função de produção como:

$$Y = AK^{a1}(LH)^{a2}$$

$$\text{com } (a_1 + a_2)>1,\ a_1<1,\ a_2<1$$

onde agora a1 + a2 é maior que 1, isto é, devido a alguma externalidade positiva para a economia como um todo, a função de produção apresenta retornos crescentes de escala.

Se continuarmos supondo, no entanto, que tanto a_1 quanto a_2 são isoladamente menores que 1, ainda teremos retornos marginais decrescentes para cada fator tomado isoladamente.

Nesse caso, é fácil ver que a taxa de crescimento da economia será dada por:

$$g = a_1\, s/v + a_2\,(n + h)$$

No entanto, como a acumulação de capital tem rendimentos marginais decrescentes (a_2<1), sabemos que, como anteriormente, s/v vai estar sempre

[8] A outra alternativa é pressupor concorrência imperfeita nos mercados de bens. Boa parte das modernas teorias do crescimento endógeno segue esse caminho para poder modelar o comportamento de agentes que internalizem esses retornos crescentes. Neste trabalho, não discutiremos essas versões, pois nosso interesse está nas hipóteses sobre as "funções de produção" da economia, que são, fundamentalmente, as mesmas tanto nos modelos competitivos quanto nos de concorrência imperfeita (sendo que os últimos são bem mais complicados e envolvem ainda mais hipóteses *ad-hoc*).

tendendo a crescer à mesma taxa que a taxa de crescimento da economia **g**, que dependerá do comportamento do progresso técnico exógeno, da força de trabalho e do tamanho da externalidade que causa retornos crescentes. Notemos que **h** agora representa apenas a taxa de crescimento do progresso técnico exógeno, que, como veremos, não é mais sinônimo do crescimento do produto por trabalhador, se há retornos crescentes de escala. A taxa de crescimento equilibrado, agora, deve ser calculada como $g = a_1 g + a_2 (n+h)$, que nos dá:

$$g = \frac{a_2}{1 - a_1}(n + h)$$

Notemos que, se existem retornos crescentes de escala, a taxa de crescimento equilibrado será maior do que a do modelo com retornos constantes de escala, tão maior quanto maior for a externalidade (porém nunca chegará a ser o dobro, pois, como supomos que cada fator sozinho ainda tem retornos marginais decrescentes, a soma de $a_1 + a_2$ será sempre menor que 2). Notemos que, nesse caso, a taxa de investimento continua não tendo nenhum efeito sobre a taxa de crescimento equilibrado. Nessa economia, mesmo com a externalidade que causa retornos crescentes de escala, a acumulação de capital ainda tem retornos marginais decrescentes e, portanto, não consegue sustentar sozinha uma taxa de crescimento positiva, permanentemente, sem o aumento de **n** ou **h**. Logo, tudo que os retornos crescentes de escala podem fazer, dada a existência de retornos marginais decrescentes para o capital, é potencializar o efeito sobre a taxa de crescimento do produto de aumentos exógenos em **n** ou em **h**.

Além disso, surge um resultado adicional. Notemos que, se aumentar a taxa de crescimento da força de trabalho, não apenas a taxa de crescimento do produto aumenta, mas também a taxa de crescimento do produto por trabalhador (por causa do termo $[\, a_2/(1 - a_1)\,] > 1$).[9]

A idéia de que a taxa de crescimento do produto por trabalhador é função positiva da taxa de crescimento da dotação de trabalho é absolutamente implausível (senão, teríamos observado que países com explosões demográficas cresceriam persistentemente mais rápido do que os outros). Infelizmente, para os que usam a noção neoclássica de equilíbrio de mercado competitivo nos mercados de fatores, ela é inevitável, se estamos numa economia com retornos crescentes. Assim, como já foi dito pelo próprio Solow (1992), é plenamente possível incorporar retornos crescentes de escala em seu modelo. O problema

---

[9] De fato, podemos verificar que a taxa de equilíbrio do crescimento do produto por trabalhador é $g - n = [\, (a_2/(1 - a_1)) - 1\,]\, n + [a_2/(1 - a_1)]\, h$.

que Solow curiosamente não enfatiza é que sua incorporação leva a um resultado absolutamente irrealista e, portanto, não é desejável.

3.2 - Economias de aprendizado

Podemos ilustrar melhor a mesma idéia e os mesmos resultados de outra forma. Agora, em vez de falarmos de uma genérica externalidade que provoca retornos crescentes de escala, vamos nos referir à externalidade gerada pela acumulação de capital via economias de aprendizado (*learning by doing* no sentido de Arrow).

Esse aprendizado pode ser formalizado de maneira simples, fazendo com que a eficiência do trabalho **H** seja função de uma *proxy* da experiência pregressa da economia. O candidato mais óbvio para indicar essa experiência é o estoque de capital já acumulado. Assim, $H = K^x$, onde **x** mede o efeito do estoque de capital (via aprendizado) sobre a eficiência do trabalho. Se supusermos que $x<1$, temos que há retornos marginais decrescentes para o próprio aprendizado tomado isoladamente.

Se introduzirmos essa função aprendizado no modelo de Solow, em vez de supor o progresso técnico exógeno, temos:

$$Y = AK^a (LH)^{1-a}$$

$$Y = AK^a[L(K)^x]^{(1-a)}$$

Isso nos dá a seguinte expressão para a taxa de crescimento da economia:

$$g = a\ s/v + (1 - a)\ n\ + [\ (1 - a)\ x\ ]\ s/v$$

onde vemos que, supondo que o aprendizado tem retornos decrescentes, a expressão entre colchetes é menor que 1, e, portanto, a acumulação de capital, mesmo levando em conta a externalidade positiva do aprendizado, ainda tem retornos decrescentes.

Por outro lado, a economia, como $x>0$, tem, necessariamente, retornos crescentes de escala iguais a $a + (1 - a)x + (1 - a)$, ou seja, $1 + (1 - a)x$, que é claramente menor que 2, como na versão discutida no item anterior.

Assim, vemos que o modelo com *learning by doing* é virtualmente idêntico ao modelo de retornos crescentes visto acima (fora o fato de que aqui ignoramos o componente exógeno do progresso técnico que poderia, evidentemente, ser introduzido). Assim, pelo mesmo efeito dos retornos decrescentes da acumulação de capital, o capital nessa economia vai acabar crescendo à mesma taxa que o produto, e no *steady-state* teremos: $g = [\, a + (1 - a)x \,]\, g + (1 - a)\, n$

$$g = \frac{(1-a)}{1-[a+(1-a)\,x]}\, n$$

o que, dividindo o numerador e o denominador do termo que multiplica **n** por (1 - a), se torna:

$$g = [\ 1/(1-x)\ ]\ n$$

e, novamente, temos que a presença do aprendizado, embora retarde os retornos decrescentes da acumulação de capital, não o elimina. Portanto, a taxa de crescimento equilibrado continua independente da taxa de poupança. Além disso, encontramos aqui, também por causa dos retornos crescentes de escala, o embaraçoso resultado de que maior crescimento da força de trabalho aumenta o crescimento do produto por trabalhador (já que $0<x<1$ e, portanto, $x/(1 - x)>0$)[10].

3.3 - Progresso técnico incorporado

Nada impede também que incluamos no modelo de Solow a idéia de que o progresso técnico que aumenta a eficiência dos trabalhadores é, em boa parte, incorporado nas novas gerações de máquinas, em vez de "cair do céu" de forma desincorporada. Isso nos levaria a fazer um modelo de "safras" de bens de capital, onde as "safras" mais recentes tornariam os trabalhadores equipados com esses bens mais eficientes. Não faremos esse exercício aqui para evitar complicações matemáticas. Para nossos propósitos, basta notar que o efeito do progresso técnico age exatamente como uma externalidade ligada à acumulação de capital. Isso, naturalmente, faz o modelo ter retornos crescentes de escala. Por outro lado, essa externalidade, como qualquer outra, tem que ser suposta, não ser forte o suficiente para cancelar os retornos decrescentes para o capital tomado isoladamente, senão a economia perderia, precisamente, o mecanismo que a leva a sempre se aproximar de uma trajetória de crescimento equilibrado.

[10] De fato, pois, nesse caso, a taxa de crescimento do produto por trabalhador é $g - n = [1/(1 - x)] - 1]\, n$.

Mas se, no final, os retornos decrescentes da acumulação de capital não forem inteiramente cancelados, cairemos num modelo que produzirá exatamente os mesmos resultados que o modelo de Solow, com retornos crescentes de escala.

Só para ilustrar esse ponto, sem escrever uma única fórmula a mais, vamos fazer um exemplo extremo e supor que a economia de que estamos tratando só usa capital circulante e que, portanto, todo o estoque de capital é renovado a cada período. Nesse caso, teríamos que supor, necessariamente, algo como o parâmetro **x** acima, que agora representa a elasticidade da acumulação sobre o progresso técnico e é estritamente menor que 1, o que permitiria a economia tender ao *steady-state* típico das economias com retornos crescentes e que, no caso que estamos tratando, é representado pelas mesmas equações da seção 3.2 e, portanto, gera os mesmos resultados indesejados. É claro que um verdadeiro modelo de "safras" é mais complicado do que isso, pois, evidentemente, com capital fixo, só parte do estoque de capital se renova a cada período, mas o princípio geral será, necessariamente, o mesmo.

O resultado final de toda a discussão desta seção é que, de fato, a teoria neoclássica é perfeitamente capaz de introduzir externalidades, aprendizado e progresso técnico incorporado (contanto que sejam *labour-augmenting*), mas que as conseqüências dessa introdução não permitem, de forma alguma, que a teoria explique a associação entre acumulação e crescimento. Adicionalmente, esses fatores criam o embaraçoso resultado no qual a taxa de crescimento da força de trabalho faz aumentar a taxa de crescimento do produto *per capita*. Logo, não apenas acumular mais capital não permite a transição para um *steady-state* de maior crescimento (exatamente como no modelo de Solow original), como também simplesmente acelerar a taxa de crescimento da força de trabalho resolve o problema do desenvolvimento econômico!

4 - Teorias neoclássicas do crescimento endógeno

4.1 - Retornos marginais constantes para um fator acumulável

A característica marcante das teorias neoclássicas do crescimento endógeno não é a endogeneidade do progresso técnico em si, pois este é endógeno nos modelos discutidos na seção 3 acima, que são classificados como variantes da teoria do crescimento exógeno. O que define essas teorias como de crescimento endógeno é que as decisões dos agentes (ou do governo) da economia sobre a acumulação (poupança), que, na visão neoclássica, tem a ver com a escolha entre consumo presente e futuro (seja de bens, seja de fatores), afetam diretamente a taxa de crescimento equilibrado da economia.

Sabemos que isso não ocorre no modelo de Solow por conta dos retornos marginais decrescentes para o capital. Assim, as teorias do crescimento endógeno são teorias nas quais a acumulação não tem retornos marginais decrescentes e, sim, constantes. Assim, um maior esforço de acumulação (num sentido amplo) terá um efeito permanente de gerar uma maior taxa de crescimento equilibrado. Os modelos de crescimento endógeno, no entanto, distinguem-se do ponto de vista de qual é o fator acumulável para o qual se postulam retornos marginais constantes. Para um primeiro grupo de teorias, seria o capital físico (os chamados modelos AK). Um segundo grupo (às vezes referido como modelos do tipo Lucas) postula que é a acumulação de conhecimento (seja na forma de experiência, aprendizado, capital humano ou até número de *designs*) que tem retornos marginais constantes. Assim, as teorias do crescimento endógeno podem, então, ser classificadas em dois grupos: modelos de retornos marginais constantes para o capital e modelos de retornos marginais constantes para o conhecimento.

4.2 - Retornos constantes para a acumulação de capital

4.2.1 - Modelo AK sem crescimento da força de trabalho

A idéia central por trás desse modelo pode ser ilustrada de forma simples, utilizando o modelo de aprendizado discutido na seção anterior.

Naquele modelo, a acumulação de capital levava a uma externalidade de aprendizado que aumentava a eficiência dos trabalhadores. A externalidade era medida por:

$$H = K^x, \text{ onde } x<1$$

A idéia daquele modelo de aprendizado é que essa externalidade, ao fazer a acumulação de capital gerar automaticamente progresso técnico *labour-augmenting*, compensava parcialmente a tendência aos retornos decrescentes do capital. Isso ocorreria porque, ao provocar um aumento na eficiência do trabalho, essa externalidade geraria o mesmo efeito que ocorreria se o crescimento do estoque de capital sempre aumentasse o crescimento da força de trabalho, automaticamente, em **x** por cento daquele aumento do estoque de capital. Agora, no chamado modelo AK, simplesmente se supõe que a externalidade compensa integral e exatamente essa tendência (pois, com x = 1, o aumento do estoque de capital faz aumentar a eficiência do trabalho no exato montante que é necessário para evitar a necessidade de mudar a relação capital-produto). Assim, supomos, diretamente, que x = 1 e, portanto, H = K.

Substituindo essa expressão na função de produção, temos que:

$$Y = AK^a(KL)^{(1-a)}$$

$$Y = AKL^{(1-a)}$$

Supondo, por enquanto, que a força de trabalho não cresce (n = 0), temos que, dado que o produto cresce proporcionalmente ao capital acumulado, a taxa de crescimento da economia é igual a:

$$g = a\ s/v + (1 - a)\ s/v$$

$$g = s/v$$

E, como a força de trabalho não está crescendo (n), o crescimento do produto *per capita* também é igual a:

$$g - n = s/v$$

Como a acumulação de capital não tem retornos decrescentes, não há tendência endógena alguma à variação da relação capital-produto da economia, ao contrário do modelo de Solow e suas variantes. Assim, se dobrarmos a taxa de poupança, a taxa de crescimento do capital em crescimento equilibrado duplica permanentemente, e o crescimento do produto (tanto absoluto quanto *per capita*) também.

4.2.2 - Modelo AK com crescimento da força de trabalho

Infelizmente, os resultados modificam-se drasticamente se a força de trabalho cresce (n>0). Pois, nesse caso, a taxa de crescimento no modelo acima vai ser dada necessariamente por:

$$g = s/v + (1 - a)n$$

E a taxa de crescimento do produto por trabalhador vai ser dada por:

$$g - n = s/v + (1 - a)\ n \ - n$$

$$g - n = s/v - a\ n$$

Evidentemente, o modelo acima é incompatível com taxas constantes de crescimento equilibrado. Fica claro, pois, que, se n>0, a cada período o produto sempre cresce mais do que o estoque de capital. Logo, período após período, o parâmetro **v** (a relação capital-produto) está diminuindo e, portanto, a taxa de crescimento do capital está aumentando em relação ao período anterior. Mas a essa taxa de crescimento maior do estoque do capital corresponderá uma taxa de crescimento do produto ainda maior no período seguinte e assim por diante. Qualquer **n** positivo fará a taxa de crescimento correspondente, a uma dada taxa de poupança 's', acelerar continuamente até o infinito.

O mesmo ocorrerá com a taxa de crescimento do produto *per capita*, pois o parâmetro 'v' vai diminuindo continuamente, e, para um dado 's', a taxa de crescimento *per capita* vai aumentando ilimitadamente.

Assim, se a força de trabalho cresce, vemos aqui que, muito mais importante do que acumular capital mais rapidamente para aproveitar a externalidade, o que os agentes devem fazer é poupar bem pouco e gerar uma explosão demográfica, que, aliás, nem precisa ser grande, pois qualquer taxa positiva de crescimento da população rapidamente leva a economia a taxas de crescimento que tendem ao infinito!

O resultado é ainda mais implausível do que o do modelo de aprendizado que, por conta dos retornos crescentes para a economia, fazia uma taxa de crescimento constante da força de trabalho gerar uma taxa de crescimento *per capita* positiva. O motivo do resultado ainda menos razoável é que o modelo de aprendizado ainda retinha o retorno decrescente para o capital, o que fazia com que uma taxa de crescimento da população positiva constante não conseguisse acelerar continuamente o crescimento, pois havia uma tendência contra-arrestante da relação capital-produto de aumentar. Tal tendência é cancelada por hipótese no modelo AK com n>0, e, portanto, a taxa de crescimento cresce sem limite.[11]

4.2.3 - Modelo AK com o modificador de Frankel

Uma maneira de evitar o resultado acima é através de uma especificação diferente da externalidade que é conhecida como o modificador de Frankel.[12]

[11] Uma maneira fácil de ver o que está ocorrendo é simplesmente lembrar que o modelo AK nada mais é do que o modelo de aprendizado com o parâmetro **x** sendo igual a 1. Na equação que mostra a taxa de crescimento daquele modelo, vemos que, se x = 1, o denominador cai a zero, e a taxa de crescimento $g = n/(1 - x)$ tende ao infinito.

[12] O modelo de Frankel foi "redescoberto" por Cesaratto (1995; 1999a; 1999b) como o modelo de crescimento endógeno que apresenta maior clareza quanto ao significado e a limitações dessa abordagem.

Nesse caso, introduzimos a hipótese de que a externalidade positiva da acumulação de capital não é função do estoque absoluto de capital acumulado e, sim, do estoque de capital acumulado por trabalhador.

Assim, $H = (K/L)^x$

Supondo, adicionalmente, que a externalidade é tal que, exatamente, cancela a tendência aos retornos decrescentes oriunda do aumento da relação K/L, temos x = 1 e, portanto, H = K/L, que é o modificador de Frankel.

Utilizando esse modificador e substituindo na função de produção, temos:

$$Y = AK^a[(K/L)\ L]^{(1-a)}$$

$$Y = AK$$

A equação acima mostra que, só assim, se garante que o produto é, de fato, proporcional ao estoque de capital (que, aliás, é o sentido do nome do modelo AK), mesmo que **n** seja positivo.

Nesse caso, de fato, a taxa de crescimento da economia é dada, mesmo com n>0, por g = s/v, enquanto o produto *per capita* fica dado por g - n = s/v - n.

Nesse modelo, de fato, não há tendência endógena à mudança da relação capital-produto, e as taxas de crescimento equilibrado, tanto absolutas quanto *per capitas*, são endógenas, pois dependem positivamente da taxa de poupança.

No entanto, o modelo acaba ficando com a curiosa implicação de que, levando em conta a externalidade, a contribuição do crescimento da força de trabalho para o produto é zero, pois todo o aumento do crescimento do produto devido ao emprego de mais trabalhadores n (1 - a) é inteiramente compensado pelo regresso técnico induzido pela presença de mais trabalhadores em relação ao estoque de capital (o denominador de K/L aumenta na mesma proporção, ou seja, reduz a taxa de crescimento em n (1 - a)).

Notemos que, mesmo esse resultado, no fundo, implica que o modelo, no final, tem retornos **constantes** de escala, pois os retornos marginais do capital são iguais a 1, e os do trabalho, a zero (se o trabalho tivesse qualquer contribuição positiva, teríamos retornos de escala crescentes, o que, como vimos no item 4.2.1, combinado com retornos marginais constantes para o capital, leva a taxas de crescimento infinitas). O que o modificador faz é anular a contribuição ao produto do trabalho, pois o crescimento da força de trabalho tem o efeito de diminuir o produto por trabalhador proporcionalmente (o que fica claro na equação do produto *per capita*, que é função negativa de **n**). Com o modificador, o trabalho tem uma grande externalidade negativa não facilmente explicável, a não ser pela necessidade técnica de anular a contribuição do trabalho.

É importante, apesar desses resultados já suficientemente estranhos, ressaltar que, novamente, mesmo usando o modificador, se **x** for maior que 1, nem que seja por muito pouco, o modelo tende a taxas de crescimento explosivas, pois aí a acumulação de capital tem retornos marginais crescentes sozinha.

Por outro lado, se **x** for menor que 1, mesmo que por muito pouco (digamos 0,99), o modelo reverte para algo muito próximo do modelo de aprendizado anterior, que não gera crescimento endógeno. A rigor, se mantivermos o modificador, o modelo com x<1 tenderá a um estado estacionário, pois a contribuição da força de trabalho para o crescimento é nula, e o capital tem retornos marginais decrescentes. Assim, o modelo AK com o modificador só funciona se **x** for exatamente igual a 1, pois qualquer desvio disso leva a taxas de crescimento infinitas ou zero.

4.3 - Retornos constantes para o conhecimento

Vejamos a segunda família de modelos de crescimento endógeno, aquela baseada em modelos nos quais o conhecimento é o fator acumulável que apresenta retornos marginais constantes,[13] enquanto, para o capital, vale o resultado usual de retornos marginais decrescentes (modelo tipo Lucas). Esses modelos também são chamados de modelos de dois setores, pois há um segundo setor na economia que produz aumentos no estoque de conhecimento.

4.3.1 - Retornos constantes para o conhecimento com força de trabalho constante

Comecemos pelo caso em que a força de trabalho não cresce. A função de produção para o setor que produz mercadorias é dada por:

$$Y = AK^{a} ((1 - z)LH)^{(1-a)}$$

onde a única novidade é o parâmetro (1 - z), que mede a proporção da força de trabalho empregada nesse setor que produz bens. Assim 'z' é a proporção da

[13] A idéia de o "conhecimento" poder ser tratado como um "fator de produção" não é muito fácil de aceitar. Ela requer, *no mínimo*, que seja possível definir um índice teórico plausível de quantidade de "conhecimento" acumulado que seja **cardinal**. Se, na realidade, o "conhecimento" não for uma "coisa" que se pode somar e subtrair à vontade (como, evidentemente, não parece ser), não faz o menor sentido lógico, como aponta Steedman (2001), falar em retornos constantes ou não. Notemos que, até agora, segundo Steedman, não apareceu na literatura nenhuma justificativa válida para essa suposição de cardinalidade, o que invalida toda essa família de modelos.

força de trabalho empregada no segundo setor que produz conhecimento, que se transforma, diretamente, em acréscimos à eficiência do trabalho **H**. Esse setor de produção de conhecimento utiliza a seguinte função de produção:

$$\Delta H = j\ (z\ L)\ H$$

que mostra que o produto desse setor, o novo conhecimento (igual ao aumento em **H**), é produzido por meio de conhecimento e trabalho (**z** por cento da força de trabalho **L**).

Notemos que, como **j** é suposto dado, a tecnologia que produz conhecimento por meio de conhecimento tem retornos marginais constantes.

A taxa de crescimento do conhecimento **h** fica dada por DH/H = j z L.

Nesse caso, vemos que se trata de um modelo muito parecido com o de Solow, com a diferença de que o progresso técnico, em vez de ser exógeno, é explicado pela tecnologia de produção de conhecimento e pela fração da força de trabalho empregada nesse setor (z).

Temos, então, que a taxa de crescimento da economia é dada por g = a (s/v) (1 - a) j z L.

Como, devido aos retornos decrescentes do capital físico, s/v tenderá a **g**, temos que, no *steady-state* g = j z L, que é a taxa tanto de crescimento do produto quanto *per capita*, no caso em que a força de trabalho não cresce.

Notemos que a equação acima gera crescimento endógeno na medida em que a decisão da sociedade de empregar proporcionalmente mais gente no setor de produção de conhecimento permite um acréscimo permanente na taxa de crescimento da economia. Assim, embora acumular capital físico, nesse modelo, continue sujeito a retornos decrescentes, a acumulação de conhecimento tem rendimentos marginais constantes, e, portanto, dada a tecnologia que torna possível que conhecimento produza conhecimento com retornos constantes, uma maior taxa de acumulação de conhecimento levará a uma maior taxa de crescimento do produto.

Notemos que, mesmo nesse caso simples, ao contrário do modelo AK, esse tipo de modelo não pode ser usado para explicar o fato estilizado sobre a relação entre taxa de investimento e taxa de crescimento do produto (tanto absoluto quanto por trabalhador), pelo simples fato de que o resultado de retornos decrescentes para o capital físico é mantido. Aqui, a acumulação que não gera retornos marginais decrescentes é de conhecimento, e a taxa de "poupança" relevante é a proporção da força de trabalho alocada no setor que produz acréscimos ao estoque de conhecimento (a poupança é feita diretamente em termos do fator primário trabalho). A perda de consumo presente vem do fato de que menos bens serão produzidos hoje, se **z** for aumentado.

4.3.2 - Retornos constantes para o conhecimento com força de trabalho crescente

Suponhamos, agora, que a força de trabalho está crescendo (n>0). A taxa de crescimento da economia vai ser dada por:

$$g = a\, s/v + (1 - a)\,(j\, z\, L + n)$$

Mais uma vez, como s/v tende sempre a **g**, poderíamos ser levados a pensar que teríamos, no *steady-state*, g = j z L + n e, para o produto por trabalhador, g - n = j z L, o que, evidentemente, **não** vai ocorrer, pois, dada a presença do efeito do tamanho da força de trabalho **L** nas equações das taxas de crescimento, o que vai ocorrer é que, para qualquer **n** positivo, a taxa de crescimento (absoluta e *per capita*) vai se acelerar período após período. Isso ocorre porque, a cada período, para os mesmos valores de **j** e **z**, teremos um **L** necessariamente maior. O modelo não é capaz de gerar uma taxa de crescimento estável, pois a **taxa de crescimento** da eficiência do trabalho é função do nível **absoluto** de empregados no setor de produção de conhecimento. É evidente que, mantida a proporção **z** entre empregados nesse setor e força de trabalho, se a força de trabalho cresce, o número absoluto de empregados nesse setor crescerá continuamente, e, com ele, a taxa de crescimento da economia expandir-se-á ilimitadamente.[14]

4.3.3 - O modificador de Lucas

Usando a tecnologia de produção de conhecimento descrita acima, é impossível que um modelo de retornos constantes para o conhecimento (representado pelo parâmetro **j**, dado e constante) gere uma trajetória de crescimento equilibrado se a força de trabalho cresce.

A "solução" para esse problema foi obtida por Lucas, através do artifício de mudar a especificação da tecnologia do setor que produz conhecimento, que se transforma em $\Delta E = j\, z\, E$, onde **E** é definido como unidades de trabalho, já medido em unidades de eficiência:

$$E = L\, H$$

[14] Esse problema com essa classe de modelos neoclássicos de crescimento endógeno, incluindo Romer (1990), Grossman e Helpman (1989), e Aghion e Howitt (1992), foi originalmente apontado por um de nós (Cesaratto, 1995, p. 25) e por Jones (1995), que o chamou de "efeito de escala"; ver, também, Michl (2000). Cesaratto (1995) também mostrou esse efeito nos modelos de Phelps (1966) e Shell (1966).

Assim, essa tecnologia produz variações na quantidade de trabalho medida em unidades de eficiência.

Isso significa que a função acima não diz respeito apenas a variações em **H**, mas engloba também as variações em **L**. Isto porque as duas maneiras de aumentar as unidades de trabalho, medidas em unidades de eficiência na economia, são, exatamente, aumentar a eficiência de cada trabalhador e aumentar o número de trabalhadores.

Vamos reescrever a equação acima, explicitando esse fato, como:

$$\Delta\,(LH) = j\,z\ \ LH$$

Logo:

$$\Delta\,(LH)/(LH) = j\,z$$

Por outro lado, vemos que a variação do trabalho, medido em unidades de eficiência, pode ser decomposta em seus dois componentes:

$$\Delta\,(LH)/(LH) = n + h$$

o que nos permite, por sua vez, escrever, explicitamente, a taxa de crescimento da eficiência do trabalho como:

$$n + h = j\,z$$

$$h = j\,z - n$$

A única justificativa para a equação acima seria a de que o crescimento da eficiência não depende da acumulação de conhecimento em si, mas, sim, da acumulação de conhecimento por trabalhador (em estreita analogia com o modificador de Frankel, que fazia a eficiência crescer com a quantidade de capital físico por trabalhador).

Uma vez de posse desse resultado, fica fácil calcularmos a taxa de crescimento da economia como:

$$g = a\ s/v\ +\ (1 - a)\,(j\,z - n\ + n)$$

$$g = j\,z - n\ + n$$

$$g = j\,z$$

enquanto a taxa de crescimento *per capita* é dada por $g - n = j\,z - n$.

Vemos, assim, que, através de um "modificador" como o de Frankel, se introduz a hipótese de que aumentos da força de trabalho não aumentam o produto, pois seu efeito usual positivo é plenamente compensado pela externalidade negativa, que faz com que a eficiência do trabalho caia proporcionalmente.

No final, os modelos de crescimento do tipo Lucas, assim como os modelos AK, têm problemas, quando **n** é positivo, que só podem ser solucionados se eliminamos a contribuição do trabalho ao produto. Embora a "solução" seja muito semelhante, o problema, no caso do modelo do tipo Lucas, quando **n** é positivo, é bem diferente do problema do modelo AK. No caso do modelo de retornos constantes para o conhecimento, o problema é que, no setor onde o conhecimento é produzido, a taxa de crescimento do "fator" conhecimento é função positiva do tamanho absoluto da força de trabalho e tende a acelerar sem parar para qualquer **n** positivo.

Curiosamente, nesse tipo de modelo, é a força de trabalho que gera uma forte externalidade positiva, pois mais gente no setor de produção do conhecimento automaticamente aumenta a taxa de crescimento da eficiência do trabalho. Logo, um truque como o do modificador de Lucas é essencial para gerar uma externalidade negativa que cancele essa externalidade positiva inteiramente.

4.3.4 - Modelo de Lucas com retornos crescentes de escala

O modelo de retornos constantes para o conhecimento, em sua versão com o "modificador", tem ainda a vantagem de ser compatível com a existência de retornos crescentes causada por alguma externalidade derivada da acumulação de capital físico, sem gerar o resultado implausível de que a taxa de crescimento equilibrado é função da taxa de crescimento da força de trabalho. É importante notar que essa externalidade não pode ser forte o suficiente para cancelar inteiramente os retornos marginais decrescentes do capital.

Suponhamos, mantendo a função de produção de conhecimento com o modificador de Lucas, que seja usada a seguinte função de produção no setor de bens:

$$Y = A\,K^{a}\,(1 - z)\,(L\,H)^{(1-a)}\,B$$

onde **B** é um elemento que mede a externalidade derivada da acumulação de capital, digamos, por efeitos de aprendizado. Temos então:

$$B = K^{b}$$

onde o parâmetro 'b' mede a contribuição da externalidade ao crescimento do produto.

A taxa de crescimento do produto fica dada por

$$g = a\, s/v + (1 - a)\,(jz - n + n) + b\, s/v$$

Se a + b<1, ainda temos, apesar da externalidade, retornos marginais decrescentes para o capital físico. Portanto, s/v tenderá a **g**.

$$g = \frac{1-a}{1-(a+b)}(jz)$$

Segue-se, então, que o produto *per capita* cresce à taxa:

$$g - n = \frac{1-a}{1-(a+b)}(jz) - n$$

Vemos que a taxa de crescimento, mesmo com retornos crescentes de escala, em nada depende do crescimento da força de trabalho. Antes, pelo contrário, a taxa de crescimento do produto por trabalhador dependerá negativamente (e não positivamente) do crescimento da força de trabalho. Isso ocorre apenas porque o modificador de Lucas, convenientemente, elimina a contribuição positiva do trabalho ao produto, e a existência do setor de produção de conhecimento por meio de conhecimento, com retornos marginais constantes, mantém a taxa de crescimento positiva. Nesse caso específico (que é bem próximo à análise original do próprio Lucas), os retornos de escala crescentes apenas amplificam a taxa de crescimento da economia, que é sustentada pela acumulação de conhecimento.

Finalmente, é importante sempre lembrar que, mesmo com essas hipóteses extremas e arbitrárias sobre progresso técnico, nenhuma dessas versões dos modelos *à la* Lucas conseguem explicar os fatos estilizados que relacionam a acumulação de capital físico com o crescimento do produto e do produto por trabalhador.

5 - Três observações finais

5.1 - A acumulação de capital num esquema clássico

O fato é que não é fácil explicar os fatos estilizados relacionando acumulação de capital e crescimento, de forma coerente, com as premissas da teoria neoclássica da distribuição. É fácil ilustrar esse ponto se, no contexto do esquema analítico simples que usamos neste trabalho, abandonarmos, agora, a explicação marginalista da distribuição e supormos que o salário real é determinado exogenamente pelas forças econômicas e sociais descritas pelos economistas da abordagem clássica do excedente.

Nesse caso, abandonamos a condição de equilíbrio de que a demanda de trabalho tem que se adequar a uma dotação exógena de trabalho e se supõe, como os clássicos (Serrano, 2001), que, no capitalismo, é o crescimento da força de trabalho que secularmente segue o crescimento das oportunidades de emprego. Assim:

$$n = g - h$$

onde o progresso técnico é agora visto como Harrod-neutro, isto é, não altera significativamente a relação capital-produto, agindo só sobre o coeficiente de mão-de-obra.

Nesse esquema, para o salário real dado, as firmas escolhem a técnica mais lucrativa entre as disponíveis, determinando, assim, a relação capital-produto da economia. Por outro lado, esse nível do salário real, em conjunto com o nível do produto por trabalhador da técnica escolhida, determinará a taxa de lucro do sistema, o que, dada a proporção dos lucros que for consumida, determinará a taxa de poupança 's'. Supondo, temporariamente, como válida a arbitrária Lei de Say, temos que a taxa de investimento fica determinada diretamente por essa taxa de poupança.

Como não há escassez de mão-de-obra, os produtores ampliam a produção à taxa $g = s/v$ período após período, sem que a acumulação de capital encontre nenhuma espécie de retornos marginais decrescentes.

Logo, vemos que a mera substituição de uma explicação da distribuição neoclássica por uma de base clássica, imediata e facilmente, nos permite explicar a relação positiva entre taxa de investimento e taxa de crescimento do produto.

Além disso, se fizermos a hipótese adicional de que o progresso técnico Harrod-neutro é realmente endógeno, no sentido de que seu ritmo depende da própria taxa de crescimento da economia, obtemos, também facilmente, uma relação positiva entre crescimento do produto por trabalhador e taxa de investimento.

De uma forma simples, podemos apresentar a função de progresso técnico como $h = h_1 + h_2 g$, obtendo $h = h_1 + h_2 s/v$ e, portanto: $g - n = h_1 + h_2 s/v$.

Assim, os fatos estilizados, que pareciam tão difíceis de explicar com o instrumental neoclássico, são facilmente explicados num esquema de base clássica, exatamente porque tal esquema está livre da "camisa-de-força" teórica que é a noção de que a força de trabalho é "escassa" no capitalismo. Esse caminho foi tomado por Kurz e Salvadori em várias contribuições (1997a; 1997b).[15]

É claro que, no esquema acima, o ponto insatisfatório foi o apelo à Lei de Say. Contudo um esquema clássico, de forma alguma, requer tal hipótese. É perfeitamente possível pensar num sistema clássico no qual a taxa de crescimento da economia é determinada pela evolução da demanda efetiva, em particular pela taxa de crescimento dos componentes autônomos da demanda final. A partir daí, via mecanismo do acelerador (flexível), a taxa de investimento ajusta-se à taxa de crescimento da demanda. Por sua vez, o efeito multiplicador faz com que a taxa de poupança se ajuste à taxa de investimento. Num esquema desse tipo, chamado de supermultiplicador — que não será desenvolvido aqui (Serrano, 1996) —, podemos dispensar inteiramente a Lei de Say e manter a explicação clássica ilustrada acima sobre a relação positiva entre acumulação de capital e crescimento do produto e da produtividade. Uma análise sobre a relação entre mudança tecnológica e demanda efetiva de longo prazo, que adota a abordagem do supermultiplicador, é feita em Cesaratto, Stirati e Serrano (2003).

5.2 - A necessidade prática do modificador

Depois de uma onda de entusiasmo inicial, teorias neoclássicas do crescimento endógeno, devido a sua dependência estrita em relação a valores exatos e extremos dos parâmetros, têm, em geral, perdido terreno para variantes do modelo de Solow, com externalidades que, supostamente, explicariam melhor os fatos estilizados do desenvolvimento econômico — ver, particularmente, Mankiw (1995).

Os autores que seguiram esse caminho, no entanto, não parecem ter levado suficientemente em conta as estranhas implicações que esse tipo de modelo tem ao fazer com que a taxa de crescimento por trabalhador seja função positiva da taxa de crescimento da força de trabalho.[16]

Vimos acima que, nos modelos do tipo Lucas, por acaso, existe uma maneira de se introduzirem retornos crescentes de escala através de

[15] Notemos que Kurz e Salvadori (1997a; 1997b) superestimam a semelhança entre a teoria neoclássica do crescimento endógeno e a abordagem clássica, pois não parecem levar em conta que os modelos neoclássicos de crescimento endógenos mantêm a condição de pleno emprego da força de trabalho, como vimos acima.

[16] Mankiw (1995) não menciona esse pequeno problema.

externalidades e, mesmo assim, evitar tal resultado. A introdução dessa externalidade no modelo de Lucas elimina o efeito indesejável do crescimento da força de trabalho através do expediente totalmente arbitrário do "modificador". Notemos que a arbitrariedade de Lucas tem uma conseqüência econômica, uma vez que mostra que modelos neoclássicos de crescimento endógeno só conseguem considerar o impacto da participação da força de trabalho (ou de P&D) na mudança tecnológica excluindo o papel da escala da atividade. Mas isso significaria que Luxemburgo obteria a mesma taxa de progresso tecnológico que os EUA, uma vez que possui a mesma percentagem de força de trabalho em P&D (Jones, 1995; Cesaratto, 1999b).

Assim, vemos que, ao contrário do que dizem os autores neoclássicos, é o modelo de crescimento endógeno de Lucas, com todas as suas arbitrariedades, e não o modelo menos arbitrário de Solow, que está sendo a base de estudos neoclássicos sobre a contribuição da acumulação de capital para o crescimento econômico. Portanto, esses estudos pressupõem a validade empírica da curiosa (mas conveniente) especificação da tecnologia de produção de conhecimento utilizada por Lucas. É irônico notar que o modelo de Lucas foi apresentado, originalmente, na série Marshall Lectures, em Cambridge, Inglaterra. Constatamos, pois, que, quase um século depois, os neoclássicos não avançaram um milímetro em relação às dificuldades encontradas em conciliar a importância óbvia da acumulação de capital para o crescimento e para o progresso técnico com as premissas da teoria da distribuição baseada na idéia de um salário real de "pleno emprego" .

5.3 - Um lembrete sobre a crítica sraffiana do capital

Cabe, aqui, apenas mencionarmos que a crítica sraffiana vem demonstrando dentre outras coisas, desde os anos 60, que não é possível deduzir logicamente o princípio de substituição (direta ou indireta) entre os fatores em nenhum modelo neoclássico onde existam bens de capital heterogêneos (Serrano, 2001; 2000).

Essa crítica, que jamais foi refutada, implica que é praticamente impossível estender os resultados de modelos neoclássicos, como os que vimos acima, para além do contexto da economia que produz um único bem de capital homogêneo.

No entanto, ela continua sendo ignorada, com o argumento de que modelos agregados ou macroeconômicos são sempre pouco rigorosos em comparação aos modelos de equilíbrio geral, mas são muito úteis e absolutamente necessários em certas aplicações.

O argumento sobre a utilidade de modelos simples é correto, mas irrelevante. Na realidade, a crítica sraffiana significa, precisamente, que a versão desagregada, supostamente mais rigorosa, da teoria neoclássica é exatamente a que não consegue garantir os resultados a que se propôs, isto é, explicar a distribuição pelas forças de oferta e demanda.

Assim, não é fácil entender por que a imensa maioria dos que estudam o crescimento continua a usar como base para seus modelos simples uma idéia (a do trabalho enquanto fator "escasso") que, simultaneamente: (a) parece desprovida de base empírica; (b) cria as dificuldades analíticas que discutimos ao longo deste trabalho; e (c) não pode ser defendida como sendo baseada em versões mais complexas e rigorosas da teoria neoclássica.

Bibliografia

AGHION, P.; HOWITT, P. A model of growth through creative destruction. **Econometrica**, v. 60, 323-351, 1992.

ARROW, K. J. The economic implications of learning by doing. **Review of Economic Studies**, v. 29, 155-173, 1962.

CESARATTO, S. **Crescita, progresso tecnico e risparmio nella teoria neoclassica**: un'analisi critica. Roma: Dipartimento di Economia pubblica; "La Sapienza", 1995. (Working paper n. 7).

CESARATTO, S. New and old neoclassical growth theory: a critical assessment. In: MONGIOVI, G.; PETRI, F. (eds.). **Value, distribution and capital**: essays in honour of Pierangelo Garegnani. Routledge, 1999a.

CESARATTO, S. Savings and economic growth in neoclassical theory: a critical survey, **Cambridge Journal of Economics**, v. 23, p. 771-793, 1999b.

CESARATTO, S.; SERRANO, F.; STIRATI, A. Technical change, effective demand and employment. **Review of Political Economy**, forthcoming in 2003.

FRANKEL, M. The production function in allocation and growth: a synthesis. **American Economic Review**, v. 52, 995-1002, 1962.

GAREGNANI, P. On a change in the notion of equilibrium in recent work on value: a comment on Samuelson. In: BROWN, M.; SATO, K.; ZAREMBKA, P. (eds.). **Essays in modern capital theory**. North Holland, 1976.

GAREGNANI, P. Some notes on capital, expectations and the analysis of changes. In: Feiwel, G. (ed.). **Joan Robinson and modern economic theory**. [New York]: Macmillan, 1989.

GROSSMAN, G.; HELPMAN, E. **Endogenous product cycles**. [s.l.: s.n.], 1989. (NBER, WP, n. 2913).

JONES, C. I. R&D-based models of economic growth. **Journal of Political Economy**, n. 103, p. 759-784, 1995.

KURZ, H.; SALVADORI, N. "Endogenous" growth models and the "classical" tradition. In: TEIXEIRA, J. (ed.). **International Colloquium Money, Growth and Structural Change: Contemporaneous Analysis**. Brasília: Universidade de Brasília, 1997a.

KURZ, H.; SALVADORI, N. Theories of "endogenous" growth in historical perspective. In: TEIXEIRA, J. (ed.). **International colloquium money, growth and structural change**: contemporaneous analysis. Brasília: Universidade de Brasília, 1997b.

LUCAS, R. On the mechanics of economic development. **Journal of Monetary Economics**, v. 22, p. 3-42, 1988.

MANKIW, N. The growth of nations. **Brookings Papers on Economic Activity**, v. 1, 1995.

MICHL, T. R. Notes on new endogenous growth theory. **Metroeconomica**, n. 51, 182-190, 2000.

PHELPS, E. S. Models of technical progress and the golden rule of research. **Review of Economic Studies**, v. 33,133-145, 1966.

ROMER, P. Endogenous Technical Change, **Journal of Political Economy**, v. 98, S71-S102, 1990.

SERRANO, F. **A teoria dos preços de produção e o princípio da demanda efetiva**. Tese [Mestrado] - Instituto de Economia Industrial, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1988. Não publicada.

SERRANO, F. Equilíbrio neoclássico de mercado de fatores: um ponto de vista Sraffiano. **Ensaios FEE**, Porto Alegre, v. 22, n. 1, 2001.

SERRANO, F. Stability in classical and neoclassical theory. [Rio de Janeiro]: IE-UFRJ, nov. 2000. (mimeo).

SERRANO, F. **The Sraffian Supermultiplier**. Tese de Ph. D. — Universidade de Cambridge, Inglaterra, 1996. Não publicada.

SHELL, K. Towards a theory of inventive activity and capital accumulation. **American Economic Review**, p. 62-68, May 1966.

SOLOW, R. M. A contribution to the theory of economic growth. **Quarterly Journal of Economics**, v. 70, 65-94, 1956.

SOLOW, R. M. **Siena lectures on endogenous growth theory**. [Siena]: Università di Siena/ Collana Dipartimento di Economia Politica, v. 6, 1992.

STEEDMAN, I. On 'measuring' knowledge in new (endogenous) growth theory. **Growth theory conference**. Pisa, It., Oct. 2001.